

# 逆因果律と内在電磁場

坂野 齋

山梨大学工学部 \*

(Dated: October 28, 2024)

物質に内在する電磁場の研究をしながら「因果律はミクロの世界で有効なのか?」と折りに触れて考えてきました。それについて個人的な認識を書かせていただきたいと思います。

私は量子電磁力学の作用積分を出発点として、半古典論で（電子の場を量子場、電磁ポテンシャルを古典場で扱って）内在ベクトルポテンシャルの効果を調べています。電子の場の演算子と電磁ポテンシャルでかかれる作用積分の最適化には大きく2つの方法があります：

- (A) はじめにマクスウェル方程式を解いて電磁ポテンシャルを最適化し、次に電子の場を最適化する、
- (B) はじめにシュレディンガー方程式を解いて電子の場を最適化し、次に電磁ポテンシャルを最適化する；電子の場の最適化は感受率も求めることに相当します。

まず、第1の方法 (A) を考えてみます。内在電磁場のうちスカラーポテンシャルは、分子化学や物性物理学において電荷密度間クーロン相互作用として非摂動論的に考慮されます；基底状態という電子の束縛状態をつくるためにこの扱いは必須です。スカラーポテンシャルを消去して得た電荷密度間相互作用の積分核は2箇所の電荷密度間の距離の逆数に比例しているだけで、時間遅れなくその影響が伝わり因果律に従わない形です。

もう少し詳しく説明すると、電子の場と電磁ポテンシャルでかかれた量子電磁気学の作用積分のうち、電荷密度と縦電場の結合、縦電流と縦ベクトルポテンシャルの結合、縦電場の自己相互作用の3つをクーロンの法則と電荷保存則を使って書き換えることで電荷密度間相互作用が導かれ、ゲージ固定は必要ありません。

同じ段取りで作用積分のうち、横電流密度と横ベクトルポテンシャルの結合、横電場・磁場の自己相互作用の2つをアンペールの法則を使って書き換えると横電流密度間相互作用となり、その積分核は波動方程式の遅延グリーン関数と先進グリーン関数の平均となります。導出の際に、遅延グリーン関数と先進グリーン関数の按分するパラメータを導入してグリーン関数を書いておき、横ベクトルポテンシャルの発信側・受信側の電流密度が同じ系内にあ

---

\*Electronic address: [banno@yamanashi.ac.jp](mailto:banno@yamanashi.ac.jp)

る（孤立系である）という条件によりパラメータを決めると遅延グリーン関数と先進グリーン関数の寄与が等しくなります。この結果も因果律が破れているように見えます。

まとめると、孤立系の内在電磁ポテンシャルをマクスウェル方程式を使って作用積分から消去して得た電荷密度間相互作用，横電流密度間相互作用において，その積分核は因果律と逆因果律が公平に考慮された形になります。

次に，作用積分の最適化の第2の方法 (B) を考えてみます。電子を支配するシュレディンガー方程式に従って感受率（応答関数）を求めるとき，または，広く摂動論的な扱いをするとき，私たちは因果律を採用します。式で説明しましょう。グリーン関数： $G(t, t')$  はシュレディンガー方程式に対応させた次で定義されます：

$$i\hbar \frac{d}{dt} G(t, t') = \delta(t - t'). \quad (1)$$

この非同次線形微分方程式の一般解は，特殊解  $\frac{1}{i\hbar}\theta(t - t')$  と基本解  $\frac{1}{i\hbar}\alpha$ （定数関数， $\alpha \in \mathbb{R}$ ）の和で書け，それは，遅延グリーン関数と先進グリーン関数の按分としても表せます：

$$G(t, t') = \frac{1}{i\hbar}\theta(t, t') + \frac{1}{i\hbar}\alpha = (1 - \alpha) \underbrace{\frac{1}{i\hbar}\theta(t - t')}_{\text{遅延グリーン関数}} + \alpha \underbrace{\frac{1}{-i\hbar}\theta(t' - t)}_{\text{先進グリーン関数}}, \quad (2)$$

$$\text{但し, } \theta(\tau) \equiv \begin{cases} 1 & \tau > 0 \\ \frac{1}{2} & \tau = 0 \\ 0 & \tau < 0 \end{cases}.$$

私たちは「因果律」を大切に思い，(2) で  $\alpha = 0$  を選択していることになります。

ところで，シュレディンガー方程式における時間反転は時間座標の符号の反転とともに，複素共役をとることになっています。これを認めるなら，(1) において， $i\hbar \frac{d}{dt}$  と  $\delta(t - t')$  は時間反転不変であり，両辺の比較から  $G(t, t')$  にも時間反転不変性が要請されます。これと(2) から  $\alpha = \frac{1}{2}$  と決まります。

ここで，変分原理を第1義とする見方では， $n$  次の感受率を作用積分のうち物質部分に対する電磁ポテンシャルの  $(n+1)$  次の汎関数微分と見ることができます。この感受率の定義は中立で，因果律の導入が不要なことは上記の  $\alpha = \frac{1}{2}$  という結果の正当性を示唆するものです。

まとめると，感受率，または，電子の場合は因果律ではなく因果律と逆因果律の等価な按分に従うのが妥当です。さらに，この考えは上述した作用積分の最適化の第1の方法 (A) で孤立系の電磁ポテンシャルの消去によって得た電荷密度間相互作用，電流密度間相互作用が因果律と逆因果律に公平であったことと整合します。

ここで，注意すべきは，孤立系で無い場合，境界条件が時間反転不変性の破れの原因となることがあります。量子力学の散乱問題の外向波の境界条件が与えられる場合はそれに対

応して波動方程式の遅延グリーン関数を採用します。線形応答で原因が外の自由度で与えられる場合も因果律を採用します。外来の原因がある場合を含めて、内在電磁場に対する感受率での因果律の考慮の仕方について今後検討を進めていきたいと思えます。

雑駁な議論を基にですが、私には「ミクロの世界は因果律に従わないのではないか」と思えます。もしそうなら、どうして私たちはあらゆる場面に因果律を採用しようとするのでしょうか？その理由はマクロの世界で鍛えられた脳の習性にあるように思えます。

脳のはたらきについて、松本 元著：「愛は脳を活性化する」（岩波書店,1996年）という本に基づき紹介します。脳の大きな使命は凶兆を察知し、続いて生じる危険を避けることです。一定の閾値を超えた入力があると、脳は過去の経験により作成された「参照表」に従い出力をします。さらに、その出力が妥当ならその入力-参照表-出力の経路が強化されるという学習の仕組みをもっています。学習には入力の閾値を下げる、上げるも含まれます。はじめての入力に対しては、必要にせまられれば無理に出力をし、それをフィードバックして学習します。

入力から出力に至る経路は並行した2系統があります：感覚器官から得た入力が閾値を超えていけば、視床を介して扁桃体と大脳新皮質の2箇所へ送られます。扁桃体では即座に「快／不快」の価値が与えられ、「不快」の場合は参照表から素早い出力が行われます。大脳新皮質に送られたものは時間をかけて状況分析がなされ、遅い出力や次の入力に備える学習（入力から出力に至る特定の関係の強化・弱化）に役立てられます；また、扁桃体での即座の価値判断で「快」が与えられると、そのイベントを処理中の大脳新皮質に信号が送られ活動が活性化されます。実際、不意に栗のイガに触れたとき、知的認識の前に行われる回避行動は扁桃体経由だろうし、「周囲に気をつけよう」とか「次からは気をつけよう」などの認識は大脳新皮質の働きだろうと考えられます。

以下は私見です。我々が物理現象で因果関係を紡ごうとするとき、上記のような危険回避を目的とした脳を間借りして行います。物理現象の原因は脳への入力となりますが、閾値を超える何かをもっていないと脳の活動がはじまりません。つまり、入力には強い「スペクトル」が要求され、脳はそのような原因と結果の關係に絞って扱っていると思えます。

例えば、(1) インクの1滴を水中に落とした初期状態は脳に入力され、参照表から「拡散していく」と予想しますが、(2) ある程度薄まった液中で、将来インクが一点に集中するような初期状態があったとしても有効な脳の入力にならず無視されるでしょう。取り得る初期状態の一つという意味で(2)は(1)の場合と変わらないのに、脳は不公平な扱いをします。

私たちは、(1)のような特徴的なスペクトルをもつ少数の初期状態たちを一つの類、(2)の初期条件を含む特徴的なスペクトルをもたない雑多な初期状態たちを別の一つの類と粗視

化して認識しているように思います。それは、脳への入力閾値を超えるか超えないかの類でもあり、実験の観点では初期状態として用意できるかできないかの類でもあります。(1)の類の原因に対する結果は予想どおりで、その原因から結果に至る因果関係を担う脳の経路は強化されるという学習がなされます。インクの拡散を例にしましたが、不可逆性、因果律とは、(1)のような原因だけを入力として脳が受け入れる不平等を出自とし、学習効果で強化された概念ではないでしょうか？

(2)の初期状態につづく映画フィルムを逆回しにしたような現象は稀で実際は起きないのだ、という批判があるかもしれません。でも、「稀」とは(2)が属する類中の極少数派であるという事に過ぎません。将来一点に集中する(2)の初期状態を(1)と平等に扱わず一点に集中する将来がない雑多な初期状態と同じ類の一要素として無視することが、因果律と逆因果律の不平等な扱いの根本原因と思われる。

入力に閾値があることは、非日常的なスペクトルをもつことが多い凶兆を効率的に確実に検出するための脳の仕様であり、それにより逆因果律を捉えられないのは致し方ないことと思われます。

私たちは、日常、マクロな世界で危険回避を目的とした脳の仕組みに従い不可逆性、因果律を学習し、それをミクロの世界に援用しようとしているのではないのでしょうか？知性を発揮して因果律を日常、マクロの世界で確認すればするほど、学習によりそのドグマにとらわれてしまうということを含めて脳の仕組みは、私たちの認知に大きく関わっているように思います。

以下は余談なのですが、脳への入力に閾値があることは、例えば、西洋庭園を見たときの感動、古典西洋音楽を聴いたときの感動など言語化できないものがあることから推認できます。究極に整えられたこの入力は扁桃体で「快」と判定され、大脳新皮質を活性化することも何となくわかる気がします。スペクトルが強烈なので、大概の人の脳の入力となり、文化を越えて洋の東西の人々に広く受け入れられているのでしょう。

日本人はもちろん、西洋庭園にも古典西洋音楽にも感動しますが、案外、それほどの強烈なスペクトルがなくても入力を受け入れる気がします。それは侘び寂びに関わるもので、例えば、千利休は茶壺を飾るのに、その耳の一つを欠いたとの話があります。また、西洋人と日本人に飾り棚のどこに壺を置くかと尋ねると西洋人は真ん中が多く日本人は真ん中を外す場合が多いと何かの本で読んだことがあります。対称性がよいスペクトルを外して得られるのは、感動というより諸行無常の不安からの解放、安心です。

侘び寂びは禅を起源とし、茶道を創始して朝鮮の庶民の飯茶碗に「大井戸」といった価値を与えた千利休、文明開花で西洋文化を急速に取り入れようとした時代に、逆に日本文化

を西洋に紹介するために侘び寂びを味覚の「渋い」に準え英語で「茶の本」を著した岡倉天心，民芸運動の創始者であって日常の雑器に「用の美」を見出し世界に紹介した柳宗悦と引き継がれ，現在でも日本に根付いているように思います。「渋い」という言葉は今では味覚以外で使われることが多いのはその傍証です。侘び寂びに惹かれる日本人はきっと脳の入力の閾値が低いのだらうと私は思うのですが，因果律とともに逆因果律を思考の対象にしやすいのではないのでしょうか。